

УДК 621.373

КП

№ держреєстрації 0116U006732

Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2
тел. (0542) 687-776 факс(0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
док. фіз.-мат. наук, професор

_____ А.М. Чорноус

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

Мультигармонічні резонансні взаємодії у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками
НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ДВОПОТОКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРІВ НА
ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ З ГВИНТОВИМИ
ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ
(проміжний)

Начальник НДЧ
канд. фіз.-мат. наук, с.н.с.

Д. І. Курбатов

Керівник НДР
док. фіз.-мат. наук, професор

О. В. Лисенко

2017

Рукопис завершено 20 червня 2017 року
Результати цієї роботи розглянуто науковою радою СумДУ, протокол № 9 від 22.06.2017

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР,
док. фіз.-мат. наук.,
зав. каф. ПМтаМСС

(підпис)
(20.06.17)

О. В. Лисенко
(реферат, розділ 1)

доцент, канд. фіз.-мат. наук

(підпис)
(20.06.17)

В. В. Коваль
(вступ, підрозділ 1.1, 1.2)

доцент, канд. фіз.-мат. наук

(підпис)
(20.06.17)

М. Ю. Ромбовський
(підрозділ 1.3)

доцент, канд. фіз.-мат. наук

(підпис)
(20.06.17)

І. О. Князь
(підрозділ 1.4.1)

асистент, канд. фіз.-мат. наук

(підпис)
(20.06.17)

Г. А. Олексієнко
(висновки,
підрозділ 1.4.2—1.4.4)

аспірант

(підпис)
(20.06.17)

Ю. Ю. Волк
(підрозділ 1.4)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 31 с., 11 рис., 46 джерел.

ГВИНТОВІ ЕЛЕКТРОННІ ПУЧКИ, ДВОПОТОКОВА НЕСТІЙКІСТЬ, ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, ПАРАМЕТРИЧНІ ВЗАЄМОДІЇ ХВИЛЬ, ХВИЛІ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ.

Об'єкт дослідження – нелінійні процеси в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах з гвинтовими електронними пучками.

Предмет дослідження – вимушене випромінювання потужнострумовими релятивістськими електронними пучками в електромагнітних полях і його використання для формування потужних мультигармонічних електромагнітних хвиль.

Мета роботи – встановлення основних фізичних закономірностей, що пов'язані з мультигармонічними резонансними взаємодіями у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах (СЛВЕ) Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками, визначення ефективних режимів роботи СЛВЕ, з'ясування умов за яких стає можливим формування інтенсивних електромагнітних хвиль із широким частотним спектром.

Методи дослідження – у якості базового математичного апарату для теоретичного дослідження нелінійних процесів у супергетеродинних ЛВЕ використаний ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [1-4]. Також застосовувалися стандартні чисельні й чисельно-аналітичні методи, у тому числі, метод повільно змінних амплітуд.

Побудована кубічна нелінійна теорія множинних резонансних взаємодій гармонік хвилі просторового заряду (ХПЗ) у пролітній секції двопотокового лазера на вільних електронах клістронного типу із гвинтовим електронним пучком. Проведено аналіз впливу на ширину спектра і на рівні насичення мультигармонічної ХПЗ таких параметрів двопотокового РЕП, як кут вльоту пучка відносно фокусуєчого магнітного поля, середнє значення релятивістського фактора, різниця парціальних релятивістських факторів, плазмова частота парціальних пучків.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 МНОЖИННІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДСЛВЕ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ ІЗ ГВИНТОВИМ ЕЛЕКТРОННИМ ПУЧКОМ	7
1.1 Модель двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах з гвинтовим електронним пучком клістронного типу	7
1.2 Множинні взаємодії у пролітній секції ДСЛВЕ	9
1.3 Підсилення мультигармонічної хвилі просторового заряду в пролітній секції двопотокового СЛВЕ з гвинтовим електронним пучком.....	13
1.4 Вплив параметрів гвинтового релятивістського електронного пучка на формування ХПЗ з широким частотним спектром.....	17
1.4.1 Вплив кута вльоту пучка на формування мультигармонічної ХПЗ	17
1.4.2 Вплив середнього значення релятивістського фактора на формування мультигармонічної ХПЗ	18
1.4.3 Вплив різниці парціальних релятивістських факторів на формування мультигармонічної ХПЗ	20
1.4.4 Вплив середнього значення плазмової частоти на формування мультигармонічної ХПЗ	22
ВИСНОВКИ.....	25
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	27

ВСТУП

Як відомо, двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах (ДСЛВЕ) [1-7] характеризуються низкою унікальних властивостей, які роблять їх досить перспективними для різних практичних застосувань. Одним з основних переваг ДСЛВЕ є їх особлива компактність і здатність працювати в режимах з надзвичайно високим рівнем підсилення, можливість формувати потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал із широким частотним спектром [1-5]. Це забезпечується за рахунок ефекту супергетеродинного підсилення електромагнітних хвиль у плазмі релятивістських електронних пучків [1-3]. Ідея цього ефекту полягає в тому, щоб використовувати власні нестійкості пучка різних типів (у тому числі і повздовжніх електронних хвиль) для підсилення поперечної електромагнітної хвилі сигналу [1-3]. Параметричний механізм взаємодії, який є основним для традиційних лазерів на вільних електронах (ЛВЕ), тут використовується тільки для перетворення підсилення від повздовжніх електронних хвиль у підсилення хвиль поперечного електромагнітного сигналу. Також зазначимо, що хвилі, які підсилюються за рахунок нестійкості, характеризуються лінійною дисперсійною залежністю [1-9]. Завдяки цій властивості гармоніки таких хвиль виявляються пов'язаними одна з одною великою кількістю трихвильових параметричних резонансів [1, 3-5, 8]. Це призводить до інтенсивного збудження вищих гармонік, які до того ж підсилюються за рахунок власної нестійкості. У результаті цього такі системи можуть бути джерелами потужних мультигармонічних електромагнітних хвиль із широким частотним спектром.

Подальше вивчення показало, що односекційні ДСЛВЕ-підсилювачі характеризуються яскраво вираженою схильністю до самозбудження внаслідок надзвичайно високого рівня підсилення. Як показано в роботах [1-2], досить ефективним методом вирішення цієї проблеми є використання схем клістронного типу ДСЛВЕ. Головною особливістю цієї конструкції є дуже глибоке розв'язання вводу-виводу. Це приводить до повного усунення згаданої вище схильності односекційних ДСЛВЕ до самозбудження.

Раніше було досліджено мультигармонічні ДСЛВЕ клістронного типу, які використовують прямолінійні релятивістські електронні пучки [1-3]. Використання гвинтових двопотокових електронних пучків у пристроях такого типу розглянуто не було. Попередній аналіз показує, що використання таких пучків може істотно збільшити як коефіцієнти підсилення електромагнітних хвиль (це приведе до зменшення поздовжніх габаритів таких пристроїв), так і ширину частотного спектра електромагнітних хвиль [6-8]. Тому подана робота присвячена дослідженню мультигармонічних процесів у пролітній секції клістронних ДСЛВЕ із гвинтовими двопотоковими релятивістськими електронними пучками. У рамках кубічно-нелінійного аналізу з'ясовано, що використання гвинтових двопотокових пучків у ДСЛВЕ дозволяє більш ефективно формувати хвилі із широким частотним спектром.

Основні результати даної науково-дослідної роботи подані в роботах [42—46].

1 МНОЖИННІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДСЛВЕ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ ІЗ ГВИНТОВИМ ЕЛЕКТРОННИМ ПУЧКОМ

1.1 Модель двопотокового супергетеродинного лазеру на вільних електронах з гвинтовим електронним пучком клістронного типу

Найпростіший варіант схеми ДСЛВЕ-підсилювача з гвинтовим електронним пучком клістронного типу наведено на рис. 1.

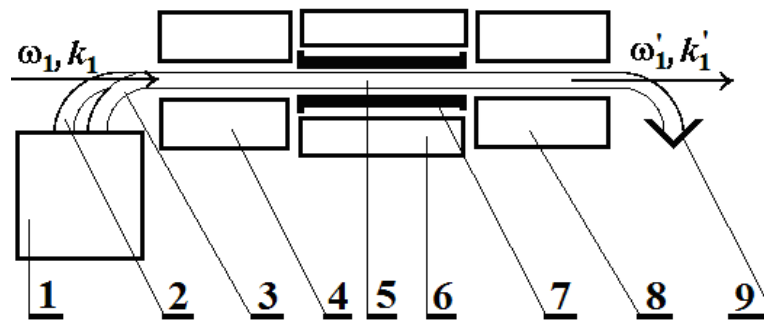


Рисунок 1 — Модель ДСЛВЕ-підсилювача гвинтовим електронним пучком клістронного типу

Прилад працює наступним чином. Двопучковий прискорювач 1 генерує два моношвидкісних гвинтових релятивістських електронних пучка 2 і 3 відповідно. Обидва ці пучки подаються до входу першої системи накачки 4. Далі вони формують об'єднаний двопотоковий гвинтовий електронний пучок 5. Електромагнітний сигнал ω_1, k_1 (у вигляді підсиленої електромагнітної хвилі) подається до того ж входу першої системи накачки 4. В системі 4 відбувається модулювання двошвидкісного електронного пучка за густиною як результат нелінійних параметричних взаємодій електромагнітної хвилі ω_1, k_1 , першої системи накачки 4. У промодульованому електронному пучку 5, який рухається у пролітній секції 6, збуджується хвиля просторового заряду частотою ω_3 (частоти ω_1 та ω_3 , у загальному випадку, можуть бути різними). Це означає, що початковий (вхідний) сигнал ω_1, k_1

трансформується з електромагнітної форми в електронно-хвильову в першій системі накачки.

Двопотокова нестійкість розвивається в електронному пучку 5 в пролітній секції 6. Зазначимо, що максимум підсилення поздовжніх електронних хвиль за рахунок двопотокової нестійкості має місце для хвиль ХПЗ, які характеризуються оптимальною частотою ω_{opt} [1-7]. Ключовим моментом конструкції, що розглядається у цій роботі, є те, що частота модуляції ω_3 набагато менша за оптимальну частоту ω_{opt} . У цьому випадку, як буде показано далі, відбувається інтенсивна генерація вищих гармонік за рахунок множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій, а далі їх підсилення за рахунок двопотокової нестійкості. Відбувається формування ХПЗ із широким частотним спектром, що містить аномальну ділянку, у якій вищі гармоніки характеризуються більшими амплітудами. Таким чином, вхідний сигнал ω_1, k_1 існує у пролітній секції 6 у вигляді мультигармонічних електронних хвиль просторового зарядку. Зазначимо, що в пролітній секції 6 електромагнітний сигнал (вхідний) ω_1, k_1 відсутній через поглинання його поглиначем 7. Далі промодульований електронний пучок з мультигармонічною ХПЗ потрапляє на вхід другої системи накачки 8. Тут генерується вихідний електромагнітний сигнал ω'_1, k'_1 . Це відбувається завдяки нелінійній взаємодії модульованого електронного пучка 5 з в полем другої системи накачки 8. Це означає, що має місце зворотне перетворення електронно-хвильової форми сигналу ω_3, k_3 в електромагнітну ω'_1, k'_1 в робочому об'ємі другої системи накачки 8. Відпрацьований електронний пучок далі поглинається колектором 9. Таким чином, на виході ДСЛВЕ клістронного типу отримуємо потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал з широким частотним спектром. Зазначимо, що формування мультигармонічного електромагнітного сигналу відбувається завдяки використанню у секції накачки 8 мультигармонічної хвилі просторового заряду.

Подана робота присвячена дослідженню множинних резонансних взаємодій гармонік зростаючої ХПЗ у пролітній секції 6 двопотокового лазера на вільних електронах клістронного типу із гвинтовим електронним пучком.

1.2 Множинні взаємодії у пролітній секції ДСЛВЕ

Розглядаємо наступну модель двопотокового гвинтового електронного пучка в пролітній секції 6. Гвинтовий пучок містить два парціальних взаємопроникних електронних потоки з близькими парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 ($v_1 - v_2 \ll v_1, v_2$). Пучок рухається під кутом α до фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 по гвинтовій траєкторії. Плазмові частоти парціальних пучків приймаємо однаковими $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$, просторовий заряд пучка вважаємо скомпенсованим іонним фоном.

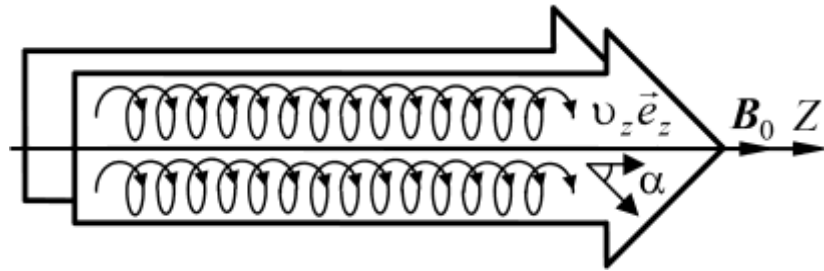


Рисунок 2 — Теоретична модель пучка у пролітній секції ДСЛВЕ

Електричне поле ХПЗ, що визначає динаміку двопотокової нестійкості, приймаємо мультигармонічним

$$E_z = \sum_{m=1}^N [E_m \exp(ip_m) + c.c.] \quad (1)$$

де N — кількість гармонік, які враховуємо для вирішення задачі;

$$p_m = \omega_m t - k_m z - \text{фаза},$$

$$\omega_m = m \cdot \omega_1 - \text{частота } m\text{-ї гармоніки ХПЗ},$$

$$k_m - \text{її хвильове число},$$

вісь Z спрямована уздовж фокусуєчого магнітного поля \mathbf{B}_0 .

Для теоретичного аналізу множинних резонансних взаємодій у пролітній секції ДСЛВЕ з гвинтовим електронним пучком використовуємо квазігідродина-

мічне рівняння [1, 3, 9], рівняння неперервності й рівняння Максвелла. Застосовуємо ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [1, 3]. У підсумку отримуємо кубічну нелінійну систему m диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік напруженості електричного поля ХПЗ:

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_m}{dz^2} + C_{1,m} \frac{dE_m}{dz} + D_m E_m = C_{3,m} \left\langle E_z \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{m'} \exp(ip_{m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{p_m} + F_m \quad (2)$$

де

$$D_m(\omega_m, k_m) \equiv -ik_m \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_m - k_m v_{qz})^2 \gamma_q} \right) \quad (3)$$

$$C_{1,m} = \partial D_m / \partial(-ik_m), \quad C_{2,m} = \partial^2 D_m / \partial(-ik_m)^2 / 2, \quad \langle \dots \rangle_{p_m} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_m)) dp_m,$$

F_m — функції, що враховують кубічно-нелінійні доданки, які, у тому числі, пов'язані із множинними параметричними резонансними взаємодіями в досліджуваній системі.

Вибираємо параметри системи так, щоб виконувались умови для двопотокової нестійкості [1-7, 9]. У цьому випадку дисперсійне рівняння для ХПЗ у гвинтовому двопотоковому електронному пучку

$$D_m(\omega_m, k_m) \equiv -ik_m \left(1 - \sum_{q=1}^2 \frac{\omega_p^2 (1 - (v_{qz}/c)^2)}{(\omega_m - k_m v_{qz})^2 \gamma_q} \right) = 0 \quad (4)$$

буде мати комплексні корені. Наближений аналітичний розв'язок рівняння (4) для гвинтового релятивістського двопотокового електронного пучка можна знайти аналогічно, як і для випадку прямолінійного пучка (див., наприклад, [1]). Розв'язок шукаємо як

$$k_m = \omega_m / v_{0z} + i\Gamma_m \quad (5)$$

де $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z})/2$,

$i\Gamma_m$ – нелінійна уявна добавка до хвильового числа ХПЗ. Підставляємо (5) в (4), виконуємо нескладні алгебраїчні перетворення й знаходимо наближений вираз для цієї добавки

$$i\Gamma_m \approx \pm \frac{\omega_p \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}{\gamma_0 v_{0z}} \times \left\{ 1 + \frac{\omega_m^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_m^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 \sqrt{1 - (v_{0z}/c)^2}}} \right\}^{1/2}. \quad (6)$$

У формулі (6) $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - (v_0/c)^2}$, $v_0 = (v_1 + v_2)/2$, $\delta = (v_1 - v_2)/(v_1 + v_2)$.

Зі співвідношення (6) випливає, якщо частота гармоніки ХПЗ ω_m буде менше критичної частоти двопотокової нестійкості у гвинтовому двопотоковому електронному пучку

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_0 \cos(\alpha)/c)^2}{\gamma_0}}, \quad (7)$$

то дві хвилі будуть характеризуватися комплексним хвильовим числом k (у співвідношенні (7) використовували, що $v_{0z} = v_0 \cos \alpha$). Одна із цих хвиль буде експоненціально зростати (зростаюча хвиля). Для неї величина Γ_m (6) має фізичний зміст інкременту зростання m -ї гармоніки ХПЗ. Інша хвиля буде експоненціально загасати (загасаюча хвиля). Через те, що амплітуда загасаючої хвилі буде швидко зменшуватися, то цю хвилю далі не будемо враховувати. Нескладно, аналізуючи (6), знайти оптимальну частоту для гвинтового двопотокового електронного пучка

$$\omega_{opt} = \frac{\sqrt{3}\omega_p}{2\delta} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \omega_{cr} \sqrt{\frac{3}{8}} \quad (8)$$

яка відповідає максимальному інкременту зростання

$$\Gamma(\omega_{opt}) = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1 - (v_0 \cos \alpha / c)^2}{\gamma_0}} \quad (9)$$

Аналізуючи формули (7)-(9), можемо переконатися в тому, що при збільшенні кута вльоту електронного пучка α збільшуються як критична частота (7),

так і максимальний інкремент зростання (9). Таким чином, у гвинтових двопотокових електронних пучках розвиток двопотокової нестійкості відбувається з більш високими інкрементами зростання, ніж у прямолінійних пучках. Тому використання гвинтових пучків у двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах приводить до збільшення темпів підсилення електромагнітних хвиль. З вище викладеного аналізу випливає, що таке підвищення темпів підсилення електромагнітного сигналу у двопотокових СЛВЕ пов'язане зі збільшенням інкрементів двопотокової нестійкості у гвинтових релятивістських електронних пучках. Також слід зазначити, що для гвинтових електронних пучків як оптимальна частота двопотокової нестійкості, так і критична частота є більш високими порівняно із прямолінійними електронними пучками. Це означає, що двопотокові СЛВЕ із гвинтовими електронними пучками можуть працювати на більш високих частотах, ніж СЛВЕ, які використовують прямолінійні пучки.

Зі співвідношення (5) також випливає, що у гвинтовому двопотоковому електронному пучку для гармонік ХПЗ, частоти яких менші за критичну частоту $\omega < \omega_{cr}$ будуть реалізовуватися множинні трихвильові параметричні резонанси [1, 3-5]. Виникнення множинних параметричних резонансів пов'язане з тим, що, як випливає зі співвідношення (5), для зростаючої хвилі зв'язок між дійсною частиною хвильового числа й частотою є лінійним

$$\text{Re}(k) = \omega / v_{0z} \quad (10)$$

Це означає, якщо для m -ї гармоніки частота буде $\omega_m = m \cdot \omega_1$ в m разів більше частоти першої гармоніки ω_1 , то й дійсна частина хвильового числа m -ї гармоніки $\text{Re}(k_m)$ теж буде в m разів більше дійсної частини хвильового числа першої гармоніки $\text{Re}(k_1)$ (за умови $\omega_m < \omega_{cr}$):

$$\text{Re}(k_m) = \omega_m / v_{0z} = m\omega_1 / v_{0z} = m\text{Re}(k_1)$$

Таким чином, фаза m -ї гармоніки (вона визначається дійсною частиною хвильового числа)

$$p_m = \omega_m t - \text{Re}(k_m)z = m \cdot \omega_1 t - m \cdot \text{Re}(k_1)z = m \cdot p_1 \quad (11)$$

буде в m разів більше фази першої гармоніки. Це призводить до того, що у двопотоковій системі для великої кількості гармонік ХПЗ, які задовольняють умові $\omega < \omega_{\text{cr}}$, будуть виконуватися умови трихвильового параметричного резонансу

$$p_{m_1} = p_{m_2} + p_{m_3} \text{ або } m_1 = m_2 + m_3, \quad (12)$$

де m_1, m_2, m_3 – цілі числа. Умова (12) реалізується за участю величезної кількості гармонік, наприклад, $5=2+3$, $5=7-2$, $5=9-4$, $4=2+2$ і так далі. Тому про ситуацію, що створилася, говоримо як про таку, у якій реалізуються множинні параметричні трихвильові резонанси.

Таким чином, завдяки лінійній дисперсійній залежності за умови $\omega < \omega_{\text{cr}}$ в системі реалізуються множинні параметричні резонанси між гармоніками ХПЗ. У результаті величезної кількості трихвильових параметричних резонансних взаємодій відбувається формування ХПЗ із широким мультигармонічним спектром, у якому вищі гармоніки мають більш високі амплітуди, ніж нижчі гармоніки.

1.3 Підсилення мультигармонічної хвилі просторового заряду в пролітній секції двопотокового СЛВЕ з гвинтовим електронним пучком

Використовуючи систему рівнянь (2), (4), проведемо аналіз форми спектра мультигармонічної ХПЗ залежно від параметрів двопотокового релятивістського електронного пучка в кубічному нелінійному наближенні. Розглядаємо випадок, коли на вході в досліджувану систему ($z = 0$) збуджується тільки одна гармоніка ХПЗ. Частоту першої гармоніки ω_1 вибираємо набагато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості ω_{cr} . Тоді, як було сказано вище, завдяки параметричним резонансним взаємодіям у двопотоковому електронному пучку відбувається збудження й посилення вищих гармонік. Також ці гармоніки будуть підсилюватися й через ефект двопотокової нестійкості. Так як інкременти підсилення, які визначаються двопотоковою нестійкістю, набагато більше за інкременти підсилення за рахунок трихвильового параметричного резонансу, то результуюче по-

силення гармонік буде, по суті, визначатися інкрементами зростання двопотокової нестійкості Γ_m . У підсумку варто очікувати, що спектр гармонік, або ж залежність амплітуди гармоніки від частоти, при деякому значенні поздовжньої координати z буде визначатися залежністю інкременту зростання від частоти $\Gamma = \Gamma(\omega)$. Нескладно одержати наближені аналітичні рішення (4) [1, 39, 46], або ж вирішити рівняння (4) чисельно. Таким чином, аналізуючи залежність інкременту зростання від частоти $\Gamma = \Gamma(\omega)$, ми можемо одержати оцінку ширини спектра $\omega_{cr} - \omega_1$ мультигармонічної ХПЗ при різних параметрах двопотокового релятивістського електронного пучка. Далі ж, використовуючи кубічні нелінійні рівняння (2), (4) визначимо реальну ширину спектра мультигармонічної ХПЗ і рівні насичення для різних параметрів двопотокового релятивістського електронного пучка.

Використовуючи викладений вище підхід, проведемо аналіз залежності ширини спектра мультигармонічної ХПЗ від параметрів двопотокового релятивістського електронного пучка. З'ясуємо, при яких умовах можна одержати спектри мультигармонічної ХПЗ із найбільшою шириною. Проведемо дослідження залежності ширини спектра мультигармонічної ХПЗ від кута вльоту α гвинтового двопотокового релятивістського електронного пучка, середнього значення γ_0 й різниці релятивістських факторів $\Delta\gamma$, плазмової частоти парціальних пучків ω_p .

На рис. 3 показані залежності інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних кутах вльоту α , які отримані в результаті чисельного рішення дисперсійного рівняння (4). Параметри двопотокового електронного пучка: $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, середнє значення релятивістського фактора пучків $\gamma_0 = 4$, різниця парціальних релятивістських факторів пучків $\Delta\gamma = 0.4$, частота першої гармоніки $\omega_1 = 2.6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Крива 1 відповідає випадку $\alpha_1 = 0^\circ$, крива 2 — випадку $\alpha_2 = 10^\circ$, крива 3 — випадку $\alpha_2 = 20^\circ$. З рис. 3 випливає, що для гвинтових двопотокових пучків зі збільшенням кута вльоту пучка α критична частота двопотокової нестійкості збільшується: $\omega_{cr1} < \omega_{cr2} < \omega_{cr3}$. Збільшується також і оптимальна частота ω_{opt} , що відповідає максимуму інкременту зростання:

$\omega_{\text{opt1}} < \omega_{\text{opt2}} < \omega_{\text{opt3}}$. Критична частота $\omega_{\text{cr1}} = 3,2 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ відповідає куту вльоту $\alpha_1 = 0^\circ$, $\omega_{\text{cr2}} = 3,8 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ – куту $\alpha_2 = 10^\circ$, $\omega_{\text{cr3}} = 5,2 \times 10^{12} \text{ с}^{-1}$ – куту $\alpha_3 = 20^\circ$. Таким чином, при збільшенні кута вльоту від $\alpha_1 = 0^\circ$ до $\alpha_3 = 20^\circ$ критична частота збільшується в $\omega_{\text{cr3}} / \omega_{\text{cr1}} = 1,6$ рази. Як оцінку ширини спектра мультигармонічної ХПЗ можна прийняти різницю між критичною частотою ω_{cr} й частотою першої гармоніки ω_1 ($\omega_{\text{cr}} - \omega_1$). З рис. 3 випливає, що зі збільшенням кута вльоту α ширина спектра мультигармонічної ХПЗ буде збільшуватися. Це значить, що використання гвинтових двопотокових електронних пучків є кращим у мультигармонічних ЛВЕ, основним завданням яких є формування потужного електромагнітного сигналу із широким частотним спектром. Також із цього рисунка випливає, що зі збільшенням кута вльоту пучка α інкременти зростання збільшуються. Це значить, що темпи посилення ХПЗ стають у гвинтових пучках більше, що має привести до зменшення довжин, при яких відбувається насичення.

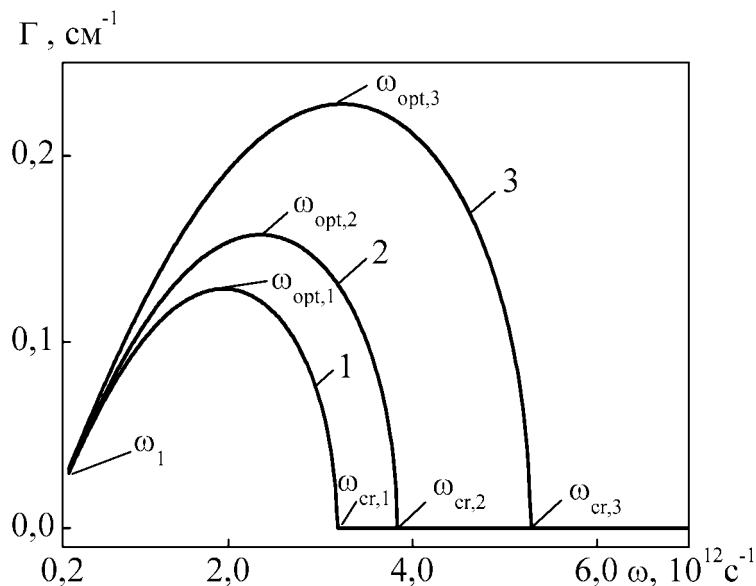


Рисунок 3 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних кутах вльоту α . Пучок має наступні параметри: $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $\gamma_0 = 4$, $\Delta\gamma = 0,4$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Крива 1 відповідає випадку $\alpha_1 = 0^\circ$, крива 2 — випадку $\alpha_2 = 10^\circ$, крива 3 — випадку $\alpha_3 = 20^\circ$.

На рис. 4 зображені залежності амплітуд напруженості електричного поля тридцяти гармонік ХПЗ від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 20^\circ$ (криві 2). Параметри пучка, при яких проводився розрахунок, такі ж, як і для рис. 3. На вході досліджуваної системи в обох випадках ХПЗ була монохроматичної із частотою $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$. З рис. 4 випливає, що темпи посилення гармонік напруженості електричного поля для гвинтового електронного пучка (криві 2) вище, ніж для прямолінійного електронного пучка (криві 1). Внаслідок цього насичення хвилі ХПЗ у гвинтових РЕП (криві 2) відбувається раніше, ніж у прямолінійних РЕП (криві 1). Також із цих рисунків випливає, що рівні насичення у випадку гвинтового електронного пучка (криві 2) в $\sim 2,5$ рази менше, ніж для прямолінійного пучка (криві 1).

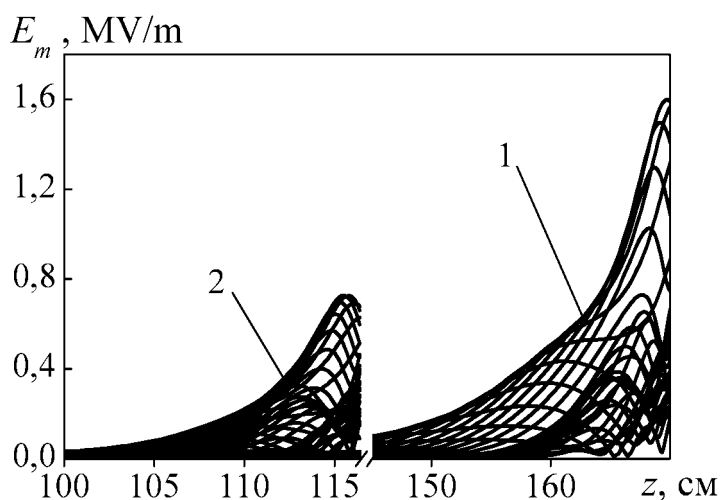


Рисунок 4 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля гармонік ХПЗ від поздовжньої координати z для кута вльоту електронного пучка $\alpha = 0^\circ$ (криві 1) і $\alpha = 20^\circ$ (криві 2). Обчислення проводилися при таких же параметрах пучка, як і у випадку рис. 3.

Таким чином, двопотокові супергетеродинні ЛВЕ, що використовують гвинтові електронні пучки, завдяки більше високим темпам посилення будуть мати

менші поздовжні розміри в порівнянні із двопотоковими СЛВЕ, що використовують прямолінійні пучки.

1.4 Вплив параметрів гвинтового релятивістського електронного пучка на формування ХПЗ з широким частотним спектром

1.4.1 Вплив кута вльоту пучка на формування мультигармонічної ХПЗ

На рис. 5 *a* і 5 *b* представлені спектри мультигармонічної ХПЗ для кутів вльоту $\alpha_1 = 0^\circ$ й $\alpha_3 = 20^\circ$ для двопотокового РЕП, параметри якого відповідають випадку рис. 3, які отримані з кубічної нелінійної системи рівнянь (2). При розрахунках ураховували 30 гармонік ХПЗ ($N = 30$). На вході в систему ($z = 0$) амплітуда першої гармоніки дорівнює 10 В/см, інші гармоніки дорівнюють нулю.

З порівняння рис. 5 *a* рис. 5 *b* випливає, що ширина спектра мультигармонічної ХПЗ у випадку гвинтового двопотокового РЕП більше, ніж для прямолінійного електронного пучка. Відзначимо, частота, при якій амплітуда гармоніки мінімальна ω_{\min} , перевищує критичну частоту двопотокової нестійкості ω_{cr} як для випадку $\alpha_1 = 0^\circ$, так і для $\alpha_3 = 20^\circ$. Як випливає з рис. 5 *a* рис. 5 *b*, як реальну ширину частотного спектра варто брати різницю $\omega_{\min} - \omega_1$. Бачимо, при збільшенні кута вльоту пучка з $\alpha_1 = 0^\circ$ до $\alpha_3 = 20^\circ$ ширина спектра збільшується в $\sim 1,5$ рази.

Як і очікувалося, максимальні значення амплітуд гармонік ХПЗ в обох випадках характеризуються частотами ω_{opt} , які відповідають максимальним інкрементам зростання (див. рис. 3). Це свідчить про те, що при формуванні мультигармонічної ХПЗ ефект двопотокової нестійкості переважає над множинними резонансними взаємодіями.

З рис. 5 *a* випливає, що в спектрі мультигармонічної ХПЗ є ненульові гармоніки, частоти якої перевищують ω_{\min} . Ці гармоніки в даній області частот є невласними, виникають завдяки параметричному резонансу (інтерференції) поздовжніх

хвиль. Інтерференційні складові також присутні й у спектрі гвинтового двопотокового РЕП (на рис. 5 *b* не показані).

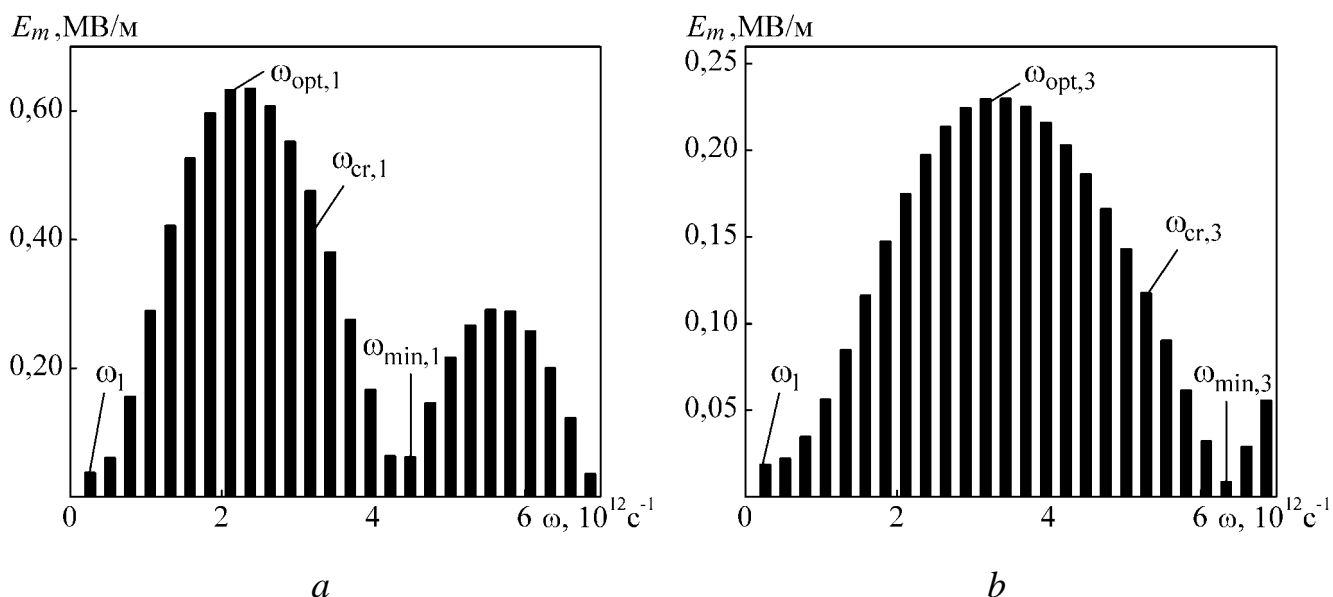


Рисунок 5 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω . На рис. 5 *a* представлений спектр ХПЗ у прямолінійному двопотоковому РЕП ($\alpha_1 = 0^\circ$) при $z = 162 \text{ см}$, на рис. 5 *b* представлений спектр ХПЗ у гвинтовому двопотоковому РЕП ($\alpha_3 = 20^\circ$) при $z = 110 \text{ см}$. Обчислення проводилися при таких же параметрах, як і у випадку рис. 3. На вході в систему ($z = 0$) амплітуда першої гармоніки ХПЗ дорівнює 10 В/см , інші гармоніки дорівнюють нулю. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$.

1.4.2 Вплив середнього значення релятивістського фактора на формування мультигармонічної ХПЗ

Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω при різних середніх значеннях релятивістського фактора (крива 1 відповідає $\gamma_{01} = 4$, крива 2 – випадку $\gamma_{02} = 5$, крива 3 – випадку $\gamma_{03} = 6$) представлена на рис. 6. Інші параметри такі ж, як і у випадку рис. 3, крива 1. Бачимо, що при збільшенні γ_0 відбувається збільшення ширини частотного спектра $\omega_{\text{cr}} - \omega_1$ мультигармонічної ХПЗ. Найбільше значення ширини спектра досягається при найбільшому значенні середнього ре-

лятивістського фактора, у цьому випадку при $\gamma_{03}=6$ (рис. 6, крива 3, $\omega_{cr5} - \omega_1 = 5,8 \times 10^{12} \text{ c}^{-1}$). При цьому, як впливає з рис. 6, інкременти зростання зменшуються, що має приводити до збільшення довжини насичення ХПЗ.

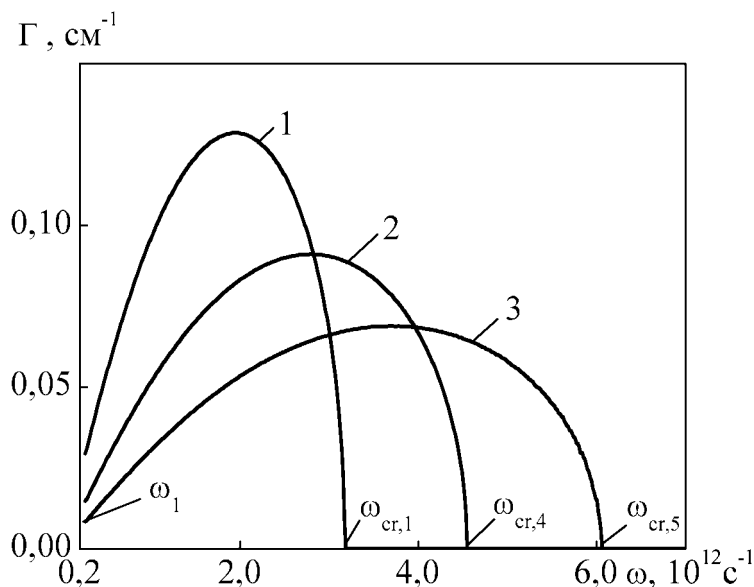


Рисунок 6 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних середніх значеннях релятивістського фактора γ_0 . Пучок має наступні параметри: $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\Delta\gamma = 0,4$, кут вльоту $\alpha = 0^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$. Крива 1 відповідає випадку $\gamma_{01} = 4$, крива 2 — випадку $\gamma_{02} = 5$, крива 3 — випадку $\gamma_{03} = 6$.

На рис. 7 представлений спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із $\gamma_{02} = 5$ при $z = 268 \text{ см}$, параметри пучка відповідають випадку кривої 2 на рис. 6. Спектр мультигармонічної ХПЗ для середнього релятивістського фактора $\gamma_{01} = 4$ при $z = 162 \text{ см}$, параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 6, представлений на рис. 5 а. Для обох вище зазначених малюнків на вході в систему ($z = 0$) амплітуда першої гармоніки ХПЗ дорівнює 10 В/см , інші гармоніки дорівнюють нулю. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$.

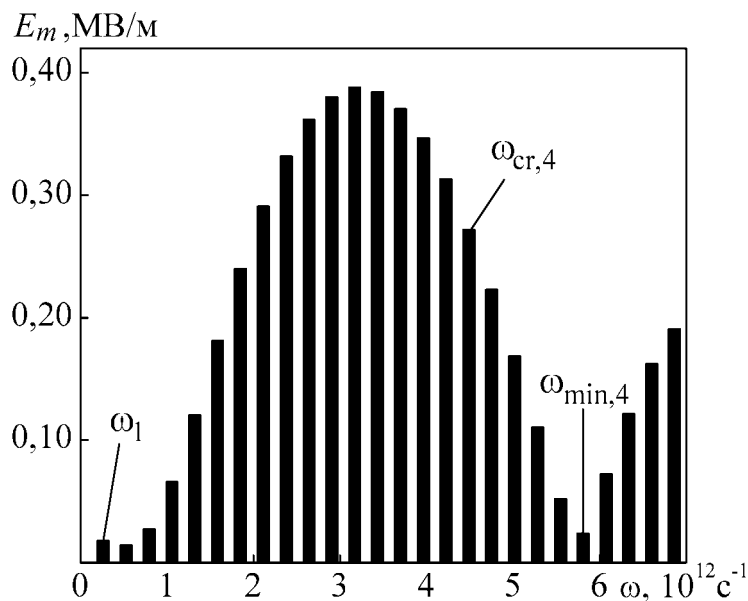


Рисунок 7 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω для двопотокового РЕП із $\gamma_{02} = 5$ при $z = 268$ см, параметри пучка відповідають випадку кривої 2 на рис. 6 ($\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\Delta\gamma = 0,4$, $\alpha = 0^\circ$, $\omega_1 = 2.6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}$).

Порівнюючи рис. 5 а і рис. 7 можемо зробити висновок, що при збільшенні середнього релятивістського фактора двопотокового релятивістського електронного пучка з $\gamma_{01} = 4$ до $\gamma_{02} = 5$, ширина спектра $\omega_{\min} - \omega_1$ мультигармонічної ХПЗ у двопотоковому РЕП, як і очікувалося, збільшується на 30%. При цьому максимальний рівень амплітуди сигналу зменшується на 40%. Як і очікувалося, координата z , при якій формується спектр для системи з $\gamma_{02} = 5$, збільшується до $z = 268$ см у порівнянні з $z = 162$ см для системи с. $\gamma_{01} = 4$ Таким чином, збільшення релятивістського фактора двопотокового РЕП приводить до збільшення ширини спектра мультигармонічної ХПЗ. Формування такого спектра відбувається на більших довжинах системи.

1.4.3 Вплив різниці парціальних релятивістських факторів на формування мультигармонічної ХПЗ

На рис. 8 представлена залежність інкременту зростання Γ від частоти ω при різних значеннях різниці парціальних релятивістських факторів (крива 1 від-

повідас $\Delta\gamma_1 = 0,4$, крива 2 — $\Delta\gamma_1 = 0,3$, крива 3 — $\Delta\gamma_1 = 0,2$). Бачимо, при зменшенні $\Delta\gamma$ пучка відбувається збільшення ширини частотного спектра. При цьому максимальне значення інкременту зростання залишається практично однаковим, тобто формування мультигармонічних спектрів повинне відбуватися на сумірних довжинах.

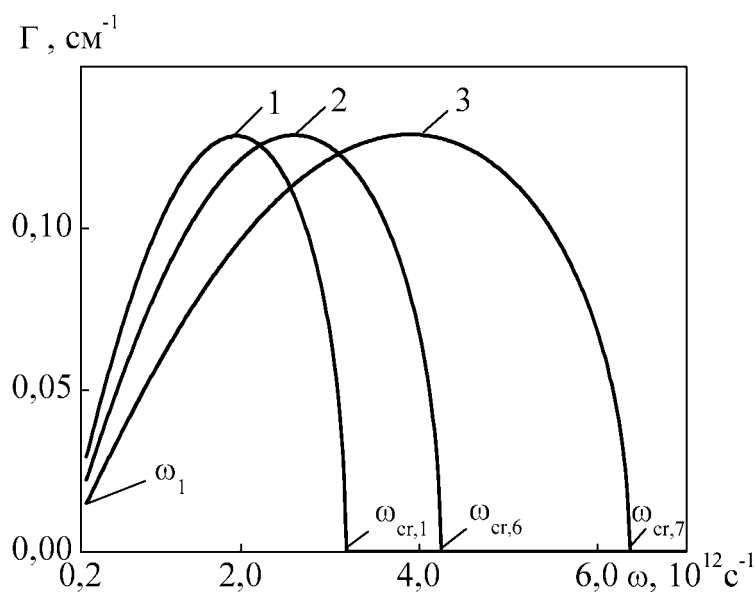


Рисунок 8 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних значеннях різниці парціальних релятивістських факторів $\Delta\gamma$. Пучок має наступні параметри: $\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $\gamma_0 = 4$, кут вльоту $\alpha = 0^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Крива 1 відповідає випадку $\Delta\gamma_1 = 0,4$, крива 2 — випадку $\Delta\gamma_2 = 0,3$, крива 3 — випадку $\Delta\gamma_3 = 0,2$.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із $\Delta\gamma_3 = 0,2$ при $z = 212 \text{ см}$ представлений на рис. 9. Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 8. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з різницею релятивістських факторів $\Delta\gamma_1 = 0,4$ при $z = 162 \text{ см}$ представлена на рис. 5 а (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 8). Як і очікувалося, ширина спектра $\omega_{\min,7} - \omega_1$ при $\Delta\gamma_3 = 0,2$ (рис. 9) більше в 1,6 рази в порівнянні із шириною спектра $\omega_{\min,1} - \omega_1$ при $\Delta\gamma_4 = 0,4$. Таким чином, зменшення різниці реля-

тивістських факторів приводить до істотного збільшення ширини мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 9 і рис. 5 *a* випливає, що рівень насичення при зменшенні різниці релятивістських факторів до $\Delta\gamma_3 = 0,2$ зменшується майже в 3 рази. Також відзначимо, що довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка зі $\Delta\gamma_3 = 0,2$ збільшується в 1,3 рази.

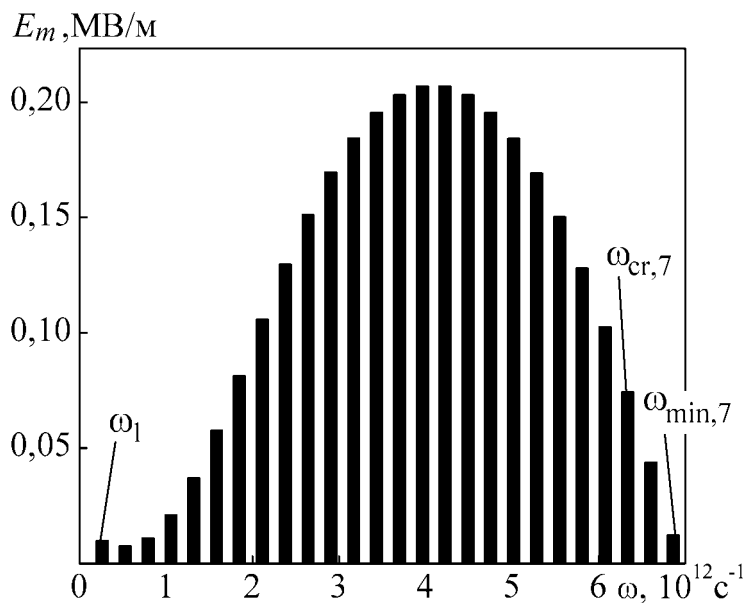


Рисунок 9 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω для двопотокового РЕП із $\Delta\gamma_3 = 0,2$ при $z = 212$ см, параметри пучка відповідають випадку кривої 3 на рис. 8 ($\omega_p = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, $\gamma_0 = 4$, $\alpha = 0^\circ$,

$$\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ c}^{-1}).$$

1.4.4 Вплив середнього значення плазмової частоти на формування мультигармонічної ХПЗ

На рис. 10 представлена залежність інкременту зростання Γ від частоти ω при різних значеннях парціальної плазмової частоти (крива 1 відповідає випадку $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, крива 2 — випадку $\omega_{p2} = 8 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$, крива 3 — випадку $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ c}^{-1}$). Інші параметри такі ж, як і у випадку рис. 3, крива 1. Бачимо, що при збільшенні ω_p відбувається збільшення ширини частотного спектра

$\omega_{cr} - \omega_1$ мультигармонічної ХПЗ. Найбільше значення ширини спектра досягається при найбільшому значенні парціальної плазмової частоти, у цьому випадку при $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ (рис. 10, крива 3). При цьому, як випливає з рис. 10, інкременти зростання збільшуються, що має приводити до зменшення довжини насичення ХПЗ.

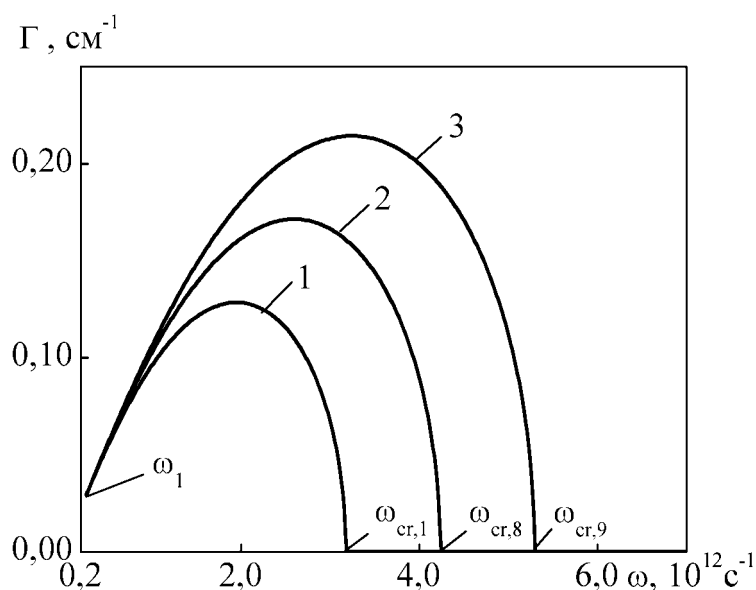


Рисунок 10 — Залежність інкременту зростання Γ від частоти ω для двопотокового релятивістського пучка при різних парціальних плазмових частотах ω_p . Пучок має наступні параметри: $\gamma_0 = 4$, $\Delta\gamma = 0,4$ кут вльоту $\alpha = 0^\circ$. Частота першої гармоніки $\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$. Крива 1 відповідає випадку $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, крива 2 — випадку $\omega_{p2} = 8 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$, крива 3 — випадку $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$.

Спектр мультигармонічної ХПЗ для двопотокового РЕП із $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ при $z = 149 \text{ см}$ представлений на рис. 11. Параметри пучка для цього спектра відповідають випадку кривої 3 на рис. 10. Спектр мультигармонічної ХПЗ пучка з парціальними частотами $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ при $z = 162 \text{ см}$ представлений на рис. 5 а (параметри пучка відповідають випадку кривої 1 на рис. 10). Як і очікувалося, ширина спектра $\omega_{\min,9} - \omega_1$ при $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ (рис. 11) більше в 1,5 рази в порі-

внянні із шириною спектра $\omega_{\min,1} - \omega_1$ при $\omega_{p1} = 6 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Таким чином, збільшення парціальної плазмової частоти двопотокового РЕП приводить до істотного збільшення ширини мультигармонічної ХПЗ. Також з порівняння рис. 11 і рис. 5 *a* випливає, що рівень насичення при збільшенні парціальної плазмової частоти до $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ збільшується в 1,3 рази. Також відзначимо, що довжина, при якій відбувається насичення ХПЗ, для пучка зі $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ зменшується в 1,1 рази.

Таким чином, для одержання мультигармонічних хвиль просторового заряду із широким частотним спектром варто використовувати щільні, високоенергетичні парціальні електронні пучки, що характеризуються близькими релятивістськими факторами.

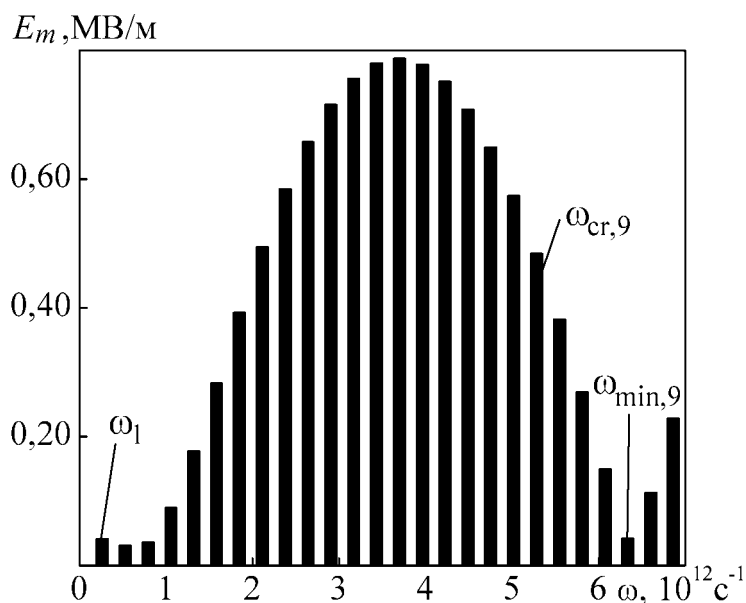


Рисунок 11 — Залежність амплітуд гармонік E_m мультигармонічної ХПЗ від частоти ω для двопотокового РЕП із $\omega_{p3} = 10 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ при $z = 149 \text{ см}$, параметри пучка відповідаю випадку кривій 3 на рис. 10 ($\gamma_0 = 4$, $\Delta\gamma = 0,4$, $\alpha = 0^\circ$,

$$\omega_1 = 2,6 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}).$$

ВИСНОВКИ

У поданому звіті побудована кубічна нелінійна теорія множинних резонансних взаємодій гармонік зростаючої хвилі просторового заряду у двопотоковому гвинтовому електронному пучку, що поширюється в пролітній секції ДСЛВЕ Н-убітронного типу. Вивчено режим формування мультигармонічної хвилі просторового заряду, при якому частота першої гармоніки багато менше критичної частоти двопотокової нестійкості. Проведено аналіз впливу на ширину спектра й на рівні насичення мультигармонічної ХПЗ таких параметрів двопотокового РЕП як кут вльоту пучка α відносно фокусуєчого магнітного поля, середнє значення релятивістського фактора γ_0 , різниця релятивістських факторів $\Delta\gamma$ двопотокового РЕП, плазмова частота парціальних пучків ω_p .

Продемонстровано, що у гвинтовому двопотоковому електронному пучку через лінійність дисперсійної характеристики зростаючої ХПЗ умови трихвильового параметричного резонансу виконуються для всіх гармонік, частота яких менша за критичну частоту двопотокової нестійкості. Тому для роботи в мультигармонічному режимі секція модуляції повинна бути налаштована на збудження першої гармоніки ХПЗ із частотою багато меншою за критичну частоту. Тоді в пролітній секції через велику кількість трихвильових параметричних резонансів буде відбуватися інтенсивна генерація вищих гармонік ХПЗ. Наступне підсилення таких гармонік буде відбуватися як за рахунок параметричного підсилення, так і за рахунок двопотокової нестійкості. У підсумку відбувається збудження великої кількості вищих гармонік з майже однаковими амплітудами, формується ХПЗ із широким частотним спектром. Така мультигармонічна хвиля, потрапляючи в кінцеву секцію, стає потужним джерелом мультигармонічного електромагнітного сигналу. Тому використання гвинтових електронних пучків у мультигармонічних ДСЛВЕ призводить до збільшення їх підсилювальних характеристик, ширини частотного спектра в режимі генерації мультигармонічного сигналу, а також зменшення габаритів порівняно із ДСЛВЕ, які використовують прямолінійні пучки.

З'ясовано, що ширина частотного спектра мультигармонічної ХПЗ збільшується зі збільшенням середнього значення плазмової частоти, кута вльоту пучка α , середнього значення релятивістського фактора й зменшенням різниці релятивістських факторів. У спектрі такий ХПЗ збільшується число високочастотних гармонік. З'ясовано, що рівні насичення мультигармонічної ХПЗ при збільшенні кута вльоту пучка α , середнього значення релятивістського фактора й зменшенні різниці релятивістських факторів зменшуються, а при збільшенні плазмової частоти амплітуди мультигармонічної ХПЗ – збільшуються.

Показано, що інкременти зростання при збільшенні як кута вльоту пучка α , так і плазмової частоти збільшуються. З'ясовано, що в цих випадках довжини насичення мультигармонічної ХПЗ зменшуються. Тому використання таких пучків у двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ повинне приводити до зменшення їхніх поздовжніх габаритів.

Таким чином, запропоновані шляхи збільшення ширини частотного спектра мультигармонічної ХПЗ для їхнього використання в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ. Найбільш ефективним з погляду збільшення ширини частотного спектра й амплітуди мультигармонічної ХПЗ є використання двопотокового РЕП з високою щільністю електронів (плазмової частотою). Гвинтові двопотокові РЕП, незважаючи на зниження рівня насичення мультигармонічної ХПЗ, також становлять інтерес для таких ЛВЕ, тому що на базі таких пучків можливе створення систем з меншими поздовжніми габаритами. Також становить інтерес збільшення ширини спектра ХПЗ за рахунок зміни релятивістського фактора й різниці парціальних факторів, тому що формування мультигармонічного електромагнітного сигналу у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ відбувається не тільки за рахунок двопотокової нестійкості, істотну роль отут грає й параметричний резонанс між хвилями мультигармонічної ХПЗ, накачування й електромагнітного сигналу. Тому зміна релятивістського фактора й різниці парціальних факторів може приводити до поліпшення ефективності формування мультигармонічного електромагнітного сигналу у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. — Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. — 697 p.
2. Кулиш В.В. К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах клистронного типа / В.В. Кулиш // УФЖ. — 1991. — Т. 36, № 1. — С. 28–33.
3. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, A. J. Brusnik // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. — 2012. — Vol. 33, No. 2. — P. 149–173.
4. Effect of parametric resonance on the formation of waves with a broad multiharmonic spectrum during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky // Plasma Physics Reports. — 2010. — Vol. 36, No. 7. — P. 594–600.
5. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk // Chinese Physics B. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 095201.
6. Mahdizadeh N. Saturation mechanism in a two-stream free-electron laser // Journal of Plasma Physics. — 2015. — Vol. 81, No. 06.
7. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field / T. Mohsenpour, N. Mehrabi // Physics of Plasmas. - 2013. - V. 20, No. 8. - P. 082133.
8. Супергетеродинные плазменно-пучковые ЛСЭ с винтовыми электронными пучками / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, Г. А. Алексеенко, В.В. Коваль, М.Ю. Ромбовский // Прикладная физика. — 2014. — № 5. — С. 24–28.
9. Ng K.-Y. Physics of intensity dependent beam instabilities. — World Scientific, 2006.
10. Kulish V.V. Hierarchical methods: Hierarchy and hierarchic asymptotic methods in electrodynamics, Vol. 1 / V.V. Kulish. — Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. — 380 p.

11. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic system, Vol. 2 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
12. Kulish V.V. Methods of averaging in nonlinear problems of relativistic electrodynamics / V.V. Kulish. – Atlanta : World Federation Published Company, 1998. – 263 p.
13. Коцаренко Н.Я. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // ЖТФ. – 1980. – Т. 50, № 2. – С. 220–222.
14. Коцаренко Н.Я. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 11. – С. 2470–2471.
15. Bekefi G. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K.D. Jacobs // J. Appl. Phys. – 1982. – Vol. 53, No. 6. – P. 4113–4121.
16. Болонин О.Н. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О.Н. Болонин, В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // УФЖ. – Т. 33, № 10. – 1988. – С. 1465–1468.
17. Botton M. Two-stream instability in free electron lasers / M. Botton, A. Ron // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1990. – Vol. 18, No. 3. – P. 416–423.
18. Botton M. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability / M. Botton, A. Ron // J. Appl. Phys. – 1990. – Vol. 67, No. 10. – P. 6583–6585.
19. Кулиш В.В. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах / В.В. Кулиш // УФЖ. – Т. 36, № 5. – 1991. – С. 686–693.
20. Кулиш В.В. К теории эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме двухпучковой релятивистской электронной системы / В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // Физика плазмы. – 1991. – Т. 17, № 6. – С. 696–705.

- 21.Кулиш В.В. Физика двухпучкового лазера на свободных электронах / В.В. Кулиш // Вестник МГУ. Серия: Физика и астрономия. – 1992. – Т. 33, № 3. – С. 64–78.
- 22.Kulish V.V. Superheterodyne electron-wave free-electron lasers / V.V. Kulish // International journal of infrared and millimeter waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 415–450.
- 23.Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric electron laser / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 451–567.
- 24.Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The international journal of infrared and millimeter waves. – 1994. – Vol. 15, No. 1. – P.77–120.
- 25.Generation of high-power sub-THz waves in magnetized turbulent electron Beam Plasmas / M. K. A. Thumm, A. V. Arzhannikov, V. T. Astrelin, [et al] // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. – 2014. –Vol. 35, No 1. – P. 81-90.
- 26.Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М.Крылов, Н.Н. Боголюбов. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 352 с.
- 27.Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский - М.: Наука, 1974. - 504 с.
- 28.Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н.Н. Моисеев - М.:Наука, 1969. – 380 с.
- 29.Гребенников Е.А. Метод усреднения в прикладных задачах / Е.А. Гребенников. - М.:Наука, 1986. – 256 с.
- 30.Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 544 с.
- 31.Kulish V.V. Multiharmonic cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free-electron lasers of the dopplertron type / V.V. Kulish,

- A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Plasma Physics Reports*. - 2010. - V. 36, No. 13. - P. 1185.
32. Кулиш В.В. К теории плазма-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // *Письма в ЖТФ*. – 2009. – Т. 35, вып. 15. – С.25–32.
 33. Kulish V.V. Cubic-nonlinear theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Telecommunications and Radio Engineering*. - 2010. - V. 69, No. 20. - P. 1859.
 34. Liu W. Instability of Two-stream Free-electron Laser with an Axial Guiding Magnetic Field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. – 2006. – Vol. 27, No. 8. – P. 1073–1085.
 35. Saviz S. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, M. Aghamir // *Chinese Physics B*. - 2012. - V. 21, No. 9. - P. 094103.
 36. Ginzburg N.S. Nonlinear theory of a free electron laser with a helical wiggler and an axial guide magnetic field / N.S. Ginzburg, N.Yu. Peskov // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. - 2013. - V. 16, No. 9. - P. 090701.
 37. Кузелев М.В. Методы теории волн в средах с дисперсией / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 272 с.
 38. Kulish V.V. On the theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Technical Physics Letters*. – 2009. – Vol. 35, No. 8. – P. 696–699.
 39. N.A. Krall, and A.W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (San Francisco Press, New York, 1986)
 40. Супергетеродинные плазменно-пучковые ЛСЭ с винтовыми электронными пучками / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, Г. А. Алексеенко, В.В. Коваль, М.Ю. Ромбовский // *Прикладная физика*. – 2014. – № 5. – С. 24–28.
 41. Lysenko A.V. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A.V. Lysenko, Yu.Yu. Volk,

- V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky // 10th International Conference «Electronics and Applied Physics» (APHYS 2014): Conference Proceedings, (Kiev, Ukraine, 22-25, October, 2014). – Kiev, 2014. – C. 140-141.
- 42.Kulish V. Two-stream superheterodyne free electron lasers as formers of ultrashort electromagnetic clusters / V. Kulish, A. Lysenko, I. Volk. // 9th International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW): Conference Proceedings. — IEEE, 2016. — C. 1-3.
- 43.Kulish V. Modification of the method of averaged characteristics for multiharmonic problems in high-current electronics devices / V. Kulish, A. Lysenko, G. Oleksienko, I. Volk. // 2016 IEEE International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory (MMET): Conference Proceedings. – IEEE, 2016. – C. 377-380.
- 44.Kulish V. V. Ultrashort electromagnetic clusters formation by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, I. I. Volk, O. Rybalko. // 41st International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz waves (IRMMW-THz). — IEEE, 2016. — C. 1-2
- 45.Kulish V. V. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Y. Rombovsky, V. V. Koval, I. I. Volk // Acta Physica Polonica A. — 2017. — Vol. 131, No. 1. — P. 213–221.
- 46.Lysenko A. Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beams / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko // Chinese Physics Letters. — 2017. — Vol. 34, No. 7. — P. 75202.